Сиденко Екатерина Владиленовна

Учитель математики

ГБОУ средняя школа №368 с углубленным изучением английского языка

**Формирование и развитие математической культуры учащихся посредством обучения решению задач на построение**

*В данной статье рассматривается проблема обучения учащихся задачам на построение в курсе геометрии 7-9 классов. Предложена методика решения на примере задачи о построении касательной к окружности, проходящей через заданную точку, а также описаны преимущества использования программы динамической геометрии GeoGebra.*

При изучении курса элементарной геометрии большое значение, бесспорно, имеют задачи на построение. Трудно переоценить их роль в формировании математического мышления школьников, его различных компонентов, в первую очередь, пространственного и логического, а также - в развитии математической интуиции учащихся. Такие геометрические задачи способствуют обучению поисковой и конструктивной деятельности, развивают исследовательские навыки учащихся, расширяют межпредметные связи, в первую очередь, с курсами черчения, алгебры и физики. Задачи на построение способствуют пониманию учащимися происхождения различных геометрических фигур, возможности их преобразования – всё это является важной предпосылкой развития пространственного мышления школьников. Однако решение такого рода задач у большинства учащихся вызывает трудности как в логическом, так и в техническом плане, поскольку требует не только умения работать по алгоритму, но и умения найти подходящий, часто нестандартный способ решения.

Решить задачу на построение – это значит найти способ построения фигуры, осуществить это построение и доказать, что построенная фигура – фигура, обладающая требуемыми свойствами. Как правило, в качестве средств построения чаще всего выступают классические инструменты – циркуль и линейка. Решение геометрических задач на построение традиционно проводится в четыре этапа: анализ, построение, доказательство, исследование.

В процессе *анализа* происходит поиск решения задачи. Из предположения, что задача решена и требуемая фигура построена, пытаются вывести такие следствия, которых окажется достаточно для того, чтобы требуемую фигуру построить.

*Построение* предлагается поэтапное, шаг за шагом, выполнение построений с помощью циркуля и линейки, т. е. подробное описание последовательности простейших задач на построение, к решению которых сводится построение фигуры в данной задаче.

В *доказательстве* требуется доказать, что построенная фигура действительно удовлетворяет всем требованиям задачи.

Наконец, в *исследовании* нужно установить, при каком выборе начальных данных задача имеет решение и сколько решений имеет задача при каждом допустимом выборе начальных данных.

Как показывает практика, наибольшую трудность у учащихся вызывают этап анализа и этап доказательства в задачах такого вида. Это связано с тем, что, во-первых, задачи на построение часто являются задачами повышенной трудности, так как требуют для своего решения введения дополнительных построений; во-вторых, с недостатком внимания учителей математики к задачам такого рода; в-третьих, с недостаточной разработанностью методики решения таких задач.

Рассмотрим эти этапы подробнее. Анализ начинается с того, что нужная фигура построена, т. е. выполнены все требования, сформированные в условии задачи. В ходе анализа необходимых требований вырабатывается алгоритм построения, т. е. последовательность операций, достаточных для получения необходимой фигуры. При доказательстве выведенные в процессе анализа этапы построения становятся условиями. Из этих условий должны быть выведены те свойства, которым по условию задачи должна удовлетворять построенная фигура. Это означает, что в процессе анализа мы устанавливаем ряд прямых теорем, а в процессе доказательства используем обратные для них теоремы.

Исходя из вышесказанного, формируется методика обучения решению задач на построение. Необходимо указать учащимся на логическую связь анализа и доказательства и предложить им каждый раз обнаруживать и чётко формулировать прямые утверждения в ходе анализа и обратные для них в ходе доказательства. Если навык такого подхода будет выработан, то учащиеся будут отчётливо представлять логику решения задач на построение и свою задачу на каждом этапе решения.

Разберем предложенную методику подробнее на примере обучения решению задачина*построение касательной к окружности с центром О и радиусом R, проходящую через точку А, лежащую вне окружности.*

В качестве *домашнего задания* накануне решения этой задачи обучающимся необходимо вспомнить (найти в учебнике, тетради) решение задачи на построение середины отрезка с помощью циркуля и линейки, повторить определение касательной, теоремы о касательной (свойства и признак), теорему об окружности, описанной около треугольника, вспомнить, где располагается центр описанной окружности.

Далее, в начале урока предложить ученикам *устно* решить следующие задачи по готовым чертежам, проговаривая формулировки всех утверждений, заданных на дом:

* *Задача 1.* К окружности с центром в точке *О* проведены касательная *AB* и секущая *AO*. Найдите радиус окружности, если *AB* = 12 см, *AO* = 13 см.
* *Задача 2.* В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *AC* = 30 , *BC* = 15. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника. Дополнительный вопрос к задаче: на дуге АВС окружности отмечены точки D, Е, М, определите вид треугольников АВD, АВЕ и АВМ. Сделайте вывод (все углы, опирающиеся на гипотенузу, прямые, образуются прямоугольные треугольники).
* *Задача 3.* Из точки *А* проведены две касательные к окружности с центром в точке *О*. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки *А* до точки *О* равно 8.

Затем *письменно* в тетради решить задачу: С помощью циркуля и линейки построить медиану данного треугольника и найти точку пересечения медиан. Описать шаги построения.

После этого предложить учащимся ответить на ряд вопросов, тем самым систематизировать полученные знания о задачах на построение:

* К какому виду относится задача, которую мы только что решили*? (Задача на построение циркулем и линейкой)*.
* Каковы основные этапы решения таких задач? В чем особенность каждого этапа? *(Анализ: предполагаем, что задача решена, построение выполнено, ищем путь решения; построение: четко описываем все проделанные шаги; доказательство: доказываем, что задание выполнено верно и построено именно то, что требовалось по условию; исследование: показываем, сколько решений имеет задача).*

Далее переходим к *основному этапу* - решению ключевой задачи урока.

*Задача:* Построить касательную к окружности с центром *О* и радиусом *R*, проходящую через точку *А*, лежащую вне окружности.

*Решение:*

*Дано:* окружность, точка на плоскости.

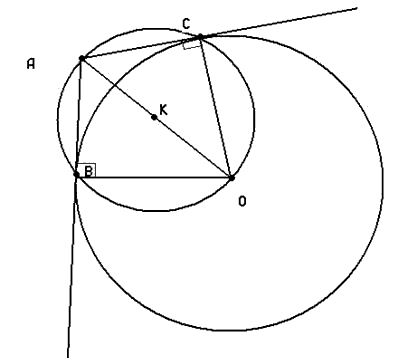
*Построить:* касательную из точки к окружности.

*1 этап. Анализ:*

Предположим, что задача решена и касательная построена. Выполните чертеж. Необходимо определить положение точки касания.

Вспоминаем необходимые для построения теоремы. По признаку прямая является касательной к окружности, если она перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. В какой самой простой фигуре мы чаще всего встречаем прямой угол? *(Прямоугольный треугольник)*. Постройте прямоугольный треугольник.

Нам известна только гипотенуза и то, что вершина прямого угла лежит на окружности. Опишите множество, состоящее из всевозможных вершин прямых углов треугольника с заданной гипотенузой. *(При затруднении вернуться к задаче 2 из устной работы)*. Это окружность с центром в середине гипотенузы и радиусом, равным половине гипотенузы. Пересечение данной окружности и только что описанной определят точку касания. Отсюда следуют шаги построения.

*2 этап. Построение:*

1.  Проведём отрезок *ОА*.

2.  Найдём *К* – середину *ОА*.

3.  Построим окружность с центром в точке *К* радиуса *КА*.

4.  Отметим точки пересечения окружности (*О*; *r*) и окружности (*К; КА*) - *С* и *В*.

5.  Проведём прямые *АВ* и *АС*.

*3 этап. Доказательство:*

Треугольник *ОВА* – прямоугольный, так как он вписан в окружность, и гипотенуза совпадает с диаметром окружности (*К; КА*). Следовательно,  . Для окружности (*О; r*) *ОВ* – радиус. *ОВАВ*, следовательно, *АВ* – касательная по признаку касательной.

Аналогично, *АС* – касательная к окружности.

*4 этап. Исследование:*

Задача имеет два решения, так как две окружности пересекаются в двух точках.

К сожалению, в современном школьном курсе геометрии роль задач на построение заметно снизилась по сравнению с их ролью в курсах геометрии предыдущих лет.

Чтобы изменить в лучшую сторону отношение школьников к задачам вообще и к задачам на построение, в частности, необходимо разнообразить процесс обучения с помощью технических средств обучения.

В качестве одного из требований к результатам обучения курса геометрии Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования, утвержденный приказом Минобрнауки России от 17 апреля 2012 года № 413, предъявляет требование, связанное с овладением навыками работы с компьютерными программами. Поэтому во время проведения уроков по теме «Задачи на построение» можно использовать программу динамической геометрии GeoGebra. Ее дидактические возможности и особенности в процессе обучения можно реализовать в двух направлениях.

Первое направление – *иллюстрация к задачам на построение*. Чертежи, созданные с помощью этой программы, можно использовать в качестве эффективного наглядного средства обучения. При этом открываются новые возможности для анализа чертежа, обнаружения связей между его элементами, выполнения дополнительных построений и т.д. Это позволяет изменить качество проводимых занятий, делая их более интересными и занимательными.

Второе направление - *организация самостоятельной работы учащихся при решении задач на построение.* Программа GeoGebra дает возможность учащимся самостоятельно подготавливать наглядные модели к задачам, предлагаемым в учебных пособиях, создавать интерактивные мультимедийные иллюстрации к решаемым задачам.

Таким образом, в процессе выполнения задач на построение у обучающихся формируются навыки исследовательской, конструктивной, поисковой деятельностей. Происходит развитие пространственного мышления, что крайне необходимо для изучения стереометрии в старших классах. А использование программы GeoGebra во время проведения уроков позволит качественно обновить методику обучения учащихся решению задач на построение.

**Список источников.**

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия: Учеб.для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений - М.: «Просвещение», 2015.
2. Блинков А. Д., Блинков Ю. А. Геометрические задачи на построение.-- 2-е изд., сте- реот. - М.: МЦНМО, 2012.
3. Зив Б.Г., Мейлер В.М. Дидактические материалы по геометрии для 7 класса М: «Просвещение» 1998.
4. Коновалова В.С. Решение задач на построение в курсе геометрии как средство развития логического мышления / В.С. Коновалова, З.В. Шилова // Познание процессов обучения физике: сборник статей. Вып.9. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008.
5. Справочник по математике, школьная математика, высшая математика. / Построение фигур.[Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.terver.ru/postrfig.php>
6. Шувалова Ю.Г. Задачи на построение циркулем и линейкой в 7 классе. / Инфоурок. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://infourok.ru/zadachi_na_postroenie_cirkulem_i_lineykoy_v_7_klasse-189421.htm>